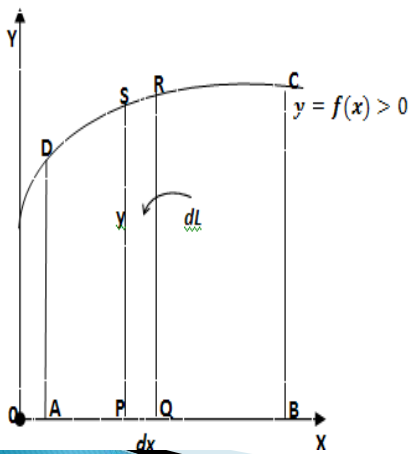


# LUAS DATARAN & VOLUME BENDA PUTAR

Anita T. Kurniawati

## LUAS DATARAN

1. Luas dataran yang dibatasi oleh kurva  $y = f(x) > 0$ , sumbu  $x$ , garis  $x = a$  dan  $x = b$ .



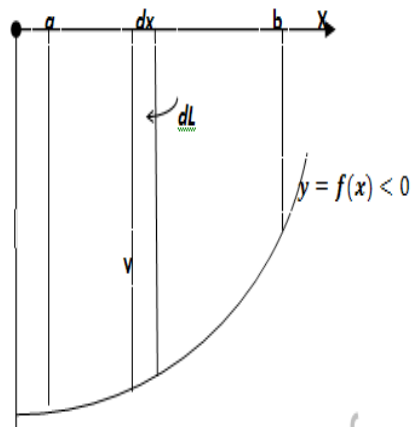
$$PQRS = dL$$

Elemen Luas  $dL = y dx$

Luas ABCD adalah :

$$L = \int_a^b y dx$$

2. Luas dataran yang dibatasi oleh kurva  $y = f(x) < 0$ , sumbu  $x$ , garis  $x = a$  dan  $x = b$ .

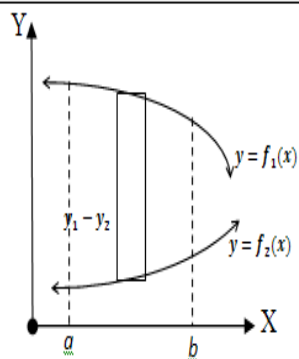


Karena  $y < 0$ , maka elemen luas  $dL = -y dx$ .

Luasnya adalah

$$L = - \int_a^b y dx$$

3. Luas dataran yang dibatasi oleh kurva  $y_1 = f_1(x)$ ,  $y_2 = f_2(x)$  sumbu  $x$ , garis  $x = a$  dan  $x = b$ .

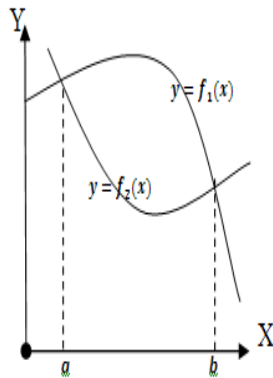


Elemen luas  $dL = (y_1 - y_2) dx$

Luasnya adalah

$$L = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$$

4. Luas daerah persekutuan yang dibentuk oleh  $y_1 = f_1(x)$  dan  $y_2 = f_2(x)$

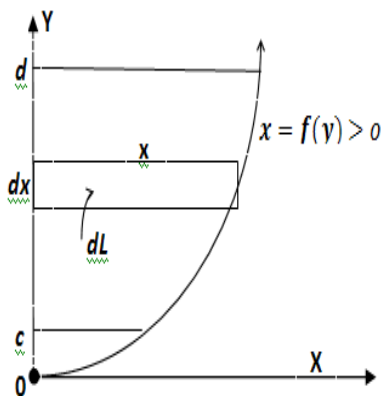


Absis-absis titik potong dari  $y_1 = f_1(x)$  dan  $y_2 = f_2(x)$  adalah  $a$  dan  $b$ .

Elemen luas  $dL = (y_1 - y_2)dx$ , sedangkan luasnya adalah

$$L = \int_a^b (y_1 - y_2) dx$$

5. Luas dataran yang dibatasi oleh kurva  $x = f(y) > 0$ , sumbu  $y$ , garis  $y = c$  dan  $y = d$



Elemen luas:  $dL = xdy$  sehingga luasnya adalah

$$L = \int_c^d x dy$$

## Contoh:

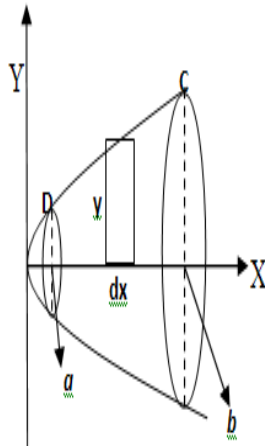
1. Dapatkan luas daerah yang dibatasi oleh  $y = x^2$ , sumbu  $x$  dan garis  $x = 2$
2. Dapatkan luas daerah persekutuan yang dibentuk oleh garis lurus  $y = x$  dan  $y = x^2$

## Volume benda putar

Penentuan volume benda putar:

- Metode Cakram  
Jika sumbu batas = sumbu putar.
- Metode cincin silinder  
Jika sumbu batas  $\neq$  sumbu putar.

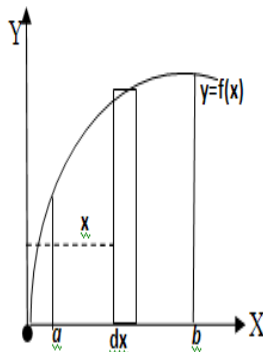
1. Isi benda putar yang terjadi jika keping datar yang dibatasi oleh  $y = f(x)$ , sb.  $x$ , garis-garis  $x = a$  dan  $x = b$ , diputar pada sumbu  $x$ .



Elemen Isi  $dV$  berupa isi tabung kecil dengan jari-jari  $y$  dan tinggi  $dx$  adalah  $dV = \pi y^2 dx$ , sedemikian hingga isi benda putar adalah

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

2. Isi benda putar yang terjadi jika keping datar ABCD seperti no. 1 diputar pada sumbu  $y$

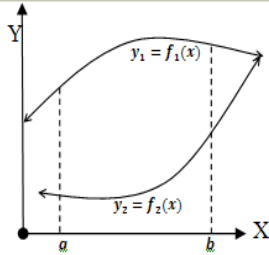


Elemen isi berupa isi tebalnya pipa dengan jari-jari  $x$ , tebal  $= dx$ , tinggi  $= y$ .

Elemen isi:  $dV = 2\pi x y dx$  sedemikian hingga isi benda putar adalah:

$$V = 2\pi \int_a^b xy dx$$

3. Isi benda putar yang terjadi jika keping datar yang dibatasi oleh  $y_1 = f_1(x)$  dan  $y_2 = f_2(x)$  garis-garis  $x = a$  dan  $x = b$ , diputar pada sumbu  $x$ .



Elemen Isi:  $dV = \pi(y_1^2 - y_2^2)dx$  sedemikian

hingga isi benda putar adalah:

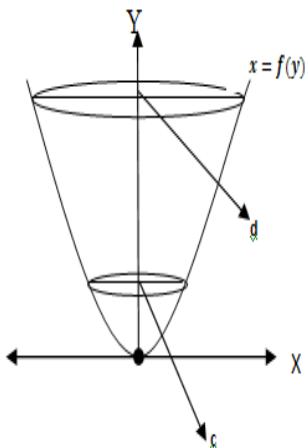
$$V = \pi \int_a^b (y_1^2 - y_2^2) dx$$

4. Isi benda putar yang terjadi jika keping datar seperti no.3 di atas diputar pada sumbu  $y$

Elemen isi:  $dV = 2\pi x(y_1 - y_2)dx$  sedemikian hingga isi benda putar adalah:

$$V = 2\pi \int_a^b x(y_1 - y_2) dx$$

5. Isi benda putar yang terjadi jika keping datar yang dibatasi oleh  $x = f(y)$ , sumbu  $y$ , garis-garis  $y = c$  dan  $y = d$ .



Elemen Isi:  $dV = \pi x^2 dy$  sedemikian hingga:

$$V = \pi \int_c^d x^2 dy$$

## Contoh soal:

Jika soal pada bab luas diputar pada sumbu x dan y.

## Latihan soal

Lihat buku Bab Luas dan volume.