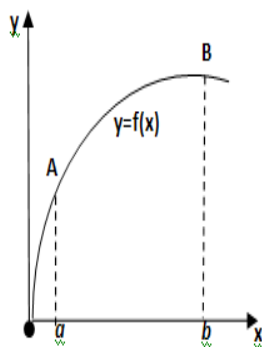


# PANJANG BUSUR & LUAS KULIT BENDA PUTAR

Anita T. Kurniawati

## PANJANG BUSUR

1. Panjang busur AB dari garis lengkung  $y = f(x)$  diantara batas-batas  $x = a$  s/d  $x = b$ .



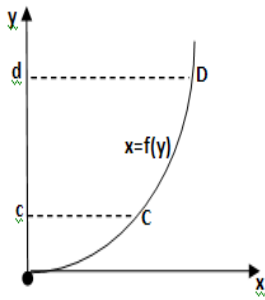
Elemen panjang busur :

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Panjang busur AB:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

2. Panjang busur CD dari garis lengkung  $x = f(y)$  diantara batas-batas  $y = c$  s/d  $y = d$ .



Elemen panjang busur:

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

Panjang busur CD:

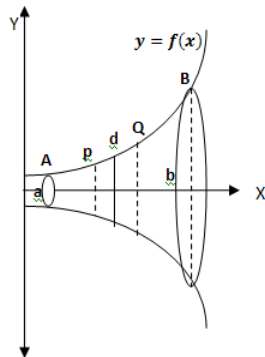
$$s = \int_c^d \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

CONTOH:

Dapatkan panjang busur  $y = x^{\frac{3}{2}}$  dari  $x = 0$  s/d  $x = 5$

## LUAS KULIT BENDA PUTAR

1. Luas kulit benda putar yang terjadi jika busur AB dari kurva  $y = f(x)$  diputar pada sumbu  $x$ .



$$ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

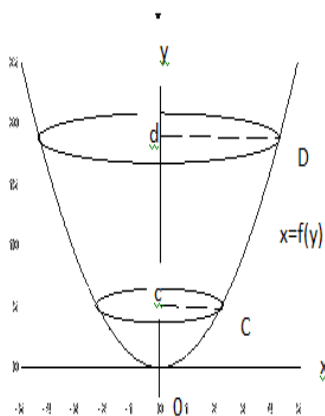
Busur PQ =  $ds$  diputar pada sumbu  $x$  menghasilkan elemen luas kulit yang berupa selimut kerucut terpancung kecil dengan apotema =  $ds$  dan garis jajar tengah =  $y$ .

Maka Elemen luas kulit:  $dK = 2\pi y ds$ ,

Luas kulit benda putar:

$$K = 2\pi \int_a^b y ds = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

2. Luas kulit benda putar yang terjadi jika busur CD dari kurva  $x = f(y)$  diputar pada sumbu  $y$ .



$$x = f(y) \Rightarrow dS = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy, \text{ maka Elemen}$$

luas kulit:  $dK = 2\pi x dS$ , sedemikian luas kulit benda putarnya adalah:

$$K = 2\pi \int_c^d x dS = 2\pi \int_c^d x \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

**CONTOH:**

Dapatkan luas kulit benda putar yang terjadi jika busur  
 $y = 2\sqrt{x}$  dari  $x = 0$  s/d  $x = 3$  diputar pada sumbu  $x$