



Apa sistem dari persamaan Linier?

- ▶ **Sistem Persamaan Linier (SPL)** adalah himpunan dari persamaan linier.
- ▶ **Secara umum bentuknya:**

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,n}x_n = b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \dots + a_{m,n}x_n = b_m \end{array} \right.$$

DEFISI MATRIKS



Susunan segiempat yang terdiri atas bilangan
– bilangan real yang tersusun atas baris dan
kolom

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{m baris} \\ \downarrow \\ \text{n kolom} \end{array}$$

di katakan matriks A berukuran $m \times n$

- ▶ Baris ke- i dari A adalah :

$$[a_{i1} \quad a_{i2} \quad \cdots \quad a_{in}] \quad (1 \leq i \leq m)$$

- Kolom ke- j dari A adalah :

$$\begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix} \quad (1 \leq j \leq n)$$

- Matriks A dapat juga ditulis :

$$A = [a_{ij}]$$

- Jika $m = n$ maka dikatakan A matriks *Bujur sangkar* (*b.s*), dan bilangan $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ disebut dengan *diagonal utama*

Jenis – jenis Matriks

1. Matriks Diagonal

- ◆ Matriks b.s. dengan elemen diluar diagonal utama adalah nol, yaitu

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk } i \neq j$$

2. Matriks Skalar

- ◆ Matriks diagonal dengan elemen pada diagonal utama adalah sama, yaitu

$$a_{ij} = c \text{ untuk } i = j \text{ dan } a_{ij} = 0 \text{ untuk } i \neq j$$

3. Matriks Segitiga Atas

- ◆ Matriks b.s. dengan elemen dibawah diagonal utama adalah nol

Jenis – Jenis Matriks

4. Matriks Segitiga Bawah

- ◆ Matriks b.s. dengan elemen diatas diagonal utama adalah nol

5. Matriks Identitas

- ◆ Matriks diagonal dengan elemen pada diagonal utama adalah 1 , yaitu

$$a_{ij} = 1 \text{ untuk } i = j \text{ dan } a_{ij} = 0 \text{ untuk } i \neq j$$

6. Matriks Nol

- ◆ Matriks yang seluruh elemennya adalah nol.

Operasi Matriks

- ▶ Persamaan Dua Matriks
- ▶ Penjumlahan Matriks
- ▶ Perkalian Skalar dan Matriks
- ▶ Transpose Matriks
- ▶ Perkalian Matriks



Persamaan Dua Matriks

▶ Definisi

Dua matriks $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ dikatakan sama jika :

$$a_{ij} = b_{ij}, \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n$$

yaitu, elemen yang bersesuaian dari dua matriks tersebut adalah sama.

• Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -4 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & w \\ 2 & x & 4 \\ y & -4 & z \end{bmatrix}$$

Matriks A dan B dikatakan sama jika $w = -1$, $x = -3$, $y = 0$, dan $z = -5$

Penjumlahan Matriks



► Definisi

Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ adalah matriks ukuran $m \times n$, maka jumlahan A dan B adalah matriks $C = [c_{ij}]$ ukuran $m \times n$ dengan

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Contoh

Diberikan Matriks A dan B adalah



maka $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Perkalian Skalar & Matriks



► Definisi

Jika $A = [a_{ij}]$ ukuran $m \times n$ dan r adalah sebarang skalar real, maka perkalian skalar rA adalah matriks $B = [b_{ij}]$ ukuran $m \times n$ dengan

$$b_{ij} = r a_{ij}$$

• Contoh

Jika $r = -3$ dan
maka

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$rA = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -12 \end{bmatrix}$$

Transpose Matriks



► Definisi

Jika $A = [a_{ij}]$ adalah matriks ukuran $m \times n$, maka transpose dari A adalah matriks

$A^t = [a_{ij}^t]$ ukuran $n \times m$ dengan

$$a_{ij}^t = a_{ji}$$

• Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

maka

$$A^t = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Perkalian Matriks



► Definisi

Jika $A = [a_{ij}]$ ukuran $m \times p$ dan $B = [b_{ij}]$ ukuran $p \times n$, maka perkalian A dan B , dinotasikan AB , adalah matriks $C = [c_{ij}]$ ukuran $m \times n$ dimana

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$$

Ilustrasi

$$\begin{matrix} & & & \text{Col}_j(B) \\ \text{row}_i(A) & \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mp} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \vdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{p1} & b_{p2} & \dots & b_{pj} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & c_{ij} & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{row}_i(A)\text{col}_j(B) = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj} = c_{ij}$$

Latihan Soal

I. Diberikan matriks – matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -4 & 5 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika mungkin, maka hitunglah

- | | | |
|-------------|-------------|------------|
| a. AB | d. CB + D | g. BA + FD |
| b. BA | e. AB + DF | h. A(BD) |
| c. A(C + E) | f. (D + F)A | |

Determinan Tingkat n

$$D = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinan tingkat 2:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$$

MINOR:

Minor adalah dari elemen a_{pq} dari det. Tingkat n adalah det. Tingkat $(n-1)$ yang diperoleh dengan mencoret baris ke p dan kolom ke q , diberi lambang M_{pq} .

Contoh: minor dari elemen a_{21} dari determinan tingkat 3

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ adalah } M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

**KOFAKTOR:**

Kofaktor dari elemen a_{pq} diberi lambang K_{pq} didefinisikan sbb:

$$K_{pq} = (-1)^{p+q} M_{pq}$$

Jika $p + q = \text{genap} \rightarrow K_{pq} = M_{pq}$

Jika $p + q = \text{gasal} \rightarrow K_{pq} = -M_{pq}$

NILAI DETERMINAN

Nilai determinan (Δ) adalah jumlah hasil elemen-elemen dari sebuah baris (kolom) dengan kofaktor-kofaktor yang bersesuaian. (**EXPANSI LAPLACE**)

$$\Delta = a_{11}K_{11} + a_{12}K_{12} + a_{13}K_{13} \cdots + a_{1n}K_{1n} \text{ (Ekspansi menurut elemen-elemen baris ke-1).}$$



ATURAN SARRUS

(HANYA BERLAKU UNTUK DET. TINGKAT 3)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$\Delta = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33})$$

**SIFAT DETERMINAN**

1. Nilai $\Delta^T =$ nilai Δ
2. Jika baris ke $i = 0$ (kolom ke- $i = 0$) maka nilai $\Delta = 0$.
3. Jika baris ke i ditukar dengan baris ke- j (kolom i ditukar dengan kolom ke j) diperoleh det. Baru Δ_1 dengan nilai $\Delta_1 = -\Delta$.
4. Jika baris ke $i =$ baris ke j (kolom ke $i =$ kololm ke j) maka nilai $\Delta = 0$
5. Nilai det menjadi k kali jika semua elemen pada sebuah baris (kolom) digandakan dengan $k \neq 0$.



6. jika ada 2 baris (2 kolom) yang sebanding maka nilai $\Delta = 0$.

$$7. \begin{vmatrix} (x_1+y_1) & b_1 & c_1 \\ (x_2+y_2) & b_2 & c_2 \\ (x_3+y_3) & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & b_1 & c_1 \\ x_2 & b_2 & c_2 \\ x_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1 & b_1 & c_1 \\ y_2 & b_2 & c_2 \\ y_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

8. Nilai sebuah det. Δ tetap tidak berubah, jika setelah semua elemen-elemen sebuah baris (kolom) di gandakan dengan $k \neq 0$ kemudian ditambahkan (dikurangkan) pada elemen-elemen yang bersesuaian dari baris (kolom) lainnya.



INVERS MATRIKS

Definisi

Matriks A berukuran $n \times n$ disebut **invertible** jika ada matriks B berukuran $n \times n$ sedemikian hingga :

$$\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{I}_n$$

Jika tidak demikian, maka dikatakan A **tidak invertible**.

Matriks B disebut **invers** dari A , dinotasikan A^{-1}

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Sifat invers matriks

1. Jika A invertible maka A^{-1} juga invertible, dan

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

2. Jika A dan B invertible, maka AB juga invertible

$$\text{dan } (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

3. Jika A invertible, maka

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

4. Jika A_1, A_2, \dots, A_k adalah matriks – matriks invertible,

maka $A_1 A_2 \dots A_k$ juga invertible dan

$$(A_1 A_2 \dots A_k)^{-1} = A_k^{-1} A_{k-1}^{-1} \dots A_1^{-1}$$

Bagaimana mendapatkan Invers Matriks?

1. $A.A^{-1} = I$

2. Operasi baris Elementer (OBE)

3. $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)$

Contoh 1:

Dapatkan A^{-1} dari $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5) - (3)(3) = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{mempunyai invers.}$$

Misal: $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow AA^{-1} = I$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 3a+5c & 3b+5d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+3c=1 \\ 3a+5c=0 \end{cases} \Rightarrow a=5, c=-3$$

$$\begin{cases} 2b+3d=0 \\ 3b+5d=1 \end{cases} \Rightarrow b=-3, d=2$$

Jadi: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.



Contoh 2:

Dapatkan invers dari $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$.

Penyelesaian:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 4 & | & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 4 & | & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{B_2-2B_1 \\ B_3-3B_1}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & | & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & | & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_3-B_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & | & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{B_1+B_3 \\ B_2-6B_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_1-2B_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -8 & -15 \\ 0 & 1 & 0 & | & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & -1 \end{pmatrix};$$

Jadi: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & -15 & 13 \\ 4 & 7 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.



Contoh 3:

Dapatkan A^{-1} dari $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Penyelesaian:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = (3)(5) - (7)(2) = 1.$$

$$\text{Kofaktor (A)} = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A) = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}.$$



SISTEM PERSAMAAN LINIER

3 PERSAMAAN DENGAN 3 VARIABEL:

$$a_1x + a_2y + a_3z = k_1$$

$$b_1x + b_2y + b_3z = k_2$$

$$c_1x + c_2y + c_3z = k_3$$

Akan didapatkan x, y, z :.....

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} k_1 & a_2 & a_3 \\ k_2 & b_2 & b_3 \\ k_3 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & k_1 & a_3 \\ b_1 & k_2 & b_3 \\ c_1 & k_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & k_1 \\ b_1 & b_2 & k_2 \\ c_1 & c_2 & k_3 \end{vmatrix}$$

Maka: $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}; y = \frac{\Delta_2}{\Delta}; z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ disebut aturan cramer.



Contoh 1

Dapatkan determinan dari

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 15 & 29 & 2 & 14 \\ 16 & 19 & 3 & 17 \\ 33 & 39 & 8 & 38 \end{vmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 15 & 29 & 2 & 14 \\ 16 & 19 & 3 & 17 \\ 33 & 39 & 8 & 38 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{k_1 - 3k_3 \\ k_2 - 2k_3 \\ k_4 - 4k_3}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 9 & 25 & 2 & 6 \\ 7 & 13 & 3 & 5 \\ 9 & 23 & 8 & 6 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{exp } B_1} +1 \begin{vmatrix} 9 & 25 & 6 \\ 7 & 13 & 5 \\ 9 & 23 & 6 \end{vmatrix}$$



Contoh 2

Selesaikan SPL berikut dengan Cramer:

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 3 \\ 2x - 3y - z = -3 \\ x + 2y + z = 4 \end{cases}$$

Penyelesaian:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 8, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 8, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 16,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -8, \text{ jadi } x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{8}{8} = 1, y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{16}{8} = 2, z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-8}{8} = -1$$



Penyelesaian SPL dengan Eliminasi Gaussian

Selesaikan SPL berikut dengan Eliminasi Gaussian:

$$x + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

Penyelesaian:

Matriks yang diperbanyak dari sistem diatas adalah

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Dengan operasi baris elementer, matriks tersebut diubah menjadi bentuk baris-eselon.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{B2-2B1 \\ B3-3B1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}B2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix} \xrightarrow{B3-3B2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}B2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ (bentuk baris eselon)}$$

Setelah matriks sudah dalam bentuk baris eselon maka dilakukan substitusi terbalik

$$x + y + 2z = 9 \quad \Rightarrow x = 9 - y - 2z \quad \Rightarrow x = 1$$

$$y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \quad \Rightarrow y = \frac{7}{2}z - \frac{17}{2} \quad \Rightarrow y = 2$$

$$z = 3$$

Jadi himpunan penyelesaian : $x = 1, y = 2, z = 3$

Contoh: Selesaikan
$$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1. \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

Penyelesaian:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{B_2 - 2B_1 \\ B_3 - 2B_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{B_3 - \frac{3}{2}B_2 \\ \sim}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{array} \right)$$

$$-\frac{1}{2}z = -\frac{3}{2} \Rightarrow z = 3.$$

$$2y - 7z = -17 \Rightarrow 2y - 7(3) = -17 \Rightarrow y = 2.$$

$$x + y + 2z = 9 \Rightarrow x + 2 + 2(3) = 9 \Rightarrow x = 1.$$